4. गणित

1. भूमिका

माध्यमिक स्तर पर गणित एक महत्त्वपूर्ण विषय है जिसके शिक्षण के उद्देश्यों के निम्नलिखित महत्त्वपूर्ण आयाम हो सकते हैः

- एक प्रभावशाली नागरिक के रूप में तथा दैनन्दिन क्रियाकलापों एवं कार्यों का सकुशल निर्वहन करने हेतु गणित के विभिन्न अवबोधों, उसकी अवधारणाओं एवं कलाओं से अवगत होने का अवसर प्रदान करना।
- उन व्यवसायों/रोजगारों के लिए तैयार करना, जिनमें माध्यमिक/उच्चतर माध्यमिक स्तर के उपरान्त गणित पठन-पाठन की आवश्यकता नहीं होती, अथवा
- माध्यमिक स्तरोपरान्त उच्चतर गणित शिक्षण हेतु मार्गदर्शक के रूप में।

हमारे देश में माध्यमिक स्तर के पश्चात् बच्चे प्रधानतः चार-पाँच प्रकार के कैरियर बिन्दु चुन सकते है। अतः गणित-शिक्षण के द्वारा उन्हें प्रोत्साहित करते हुए तर्क-शक्ति, गणितीय हल एवं अन्तर्ज्ञान तथा गणितीय समझ विकसित करने की आवश्यकता है।

प्रस्तुत पाठ्यक्रम के निर्माण में निम्न महत्त्वपूर्ण बिन्दु प्रभावशाली रहे है—

- मात्र बोझ कम करने के उद्देश्य से उपयोगी विषयवस्तु को पाठ्यक्रम से हटाया जाना उचित नहीं है
- उपयोगी विषयवस्तु को सरल से जटिल क्रम की ओर जाते हुए निम्न कक्षा से उच्च कक्षा तक शिक्षण की व्यवस्था की गई है।
- गणित को सरल और सुलभ बनाने के लिए पढ़े गए विषयों पर आधारित क्रियाकलाप करवाए जाएँगे।
- विषयवस्तु की अनावश्यक आवृत्ति से बचा गया है, फिर भी, गणित में अभ्यास के महत्त्व को देखते हुए एक ही विषयवस्तु को दो या तीन वर्षों तक लगातार पढ़ाया गया है।
- गणित अनिवार्य विषय के रूप में सभी छात्रों के लिए उपयोगी है इसलिए विषय के अंतर्गत आने वाले विभिन्न क्षेत्रों की शिक्षा दी जाएगी।
- सामान्य जीवन में व्यावसायिक गणित की उपयोगिता को देखते हुए इसे नवम वर्ग तक पढ़ाया जाएगा।
- विद्यालय शिक्षा के पश्चात् छात्र विभिन्न स्तरों पर होनेवाली परीक्षाओं में सफलता प्राप्त करें, इसलिए कई नई विषयवस्तुओं को जोड़ा गया है जबकि कुछ विषयवस्तुओं, जो पहले के पाठ्यक्रम में थीं, को हटा दिया गया है।

पाठ्यक्रम में शामिल विषय इस प्रकार है।

1. संख्या-पद्धति
2. बीजगणित
3. व्यावसायिक गणित
4. त्रिकोणमिति
5. संगणना एवं प्रायिगता
6. क्षेत्रमिति
7. नियामक ज्यामिति
8. ज्यामिति

2. उद्देश्य—इस स्तर पर चुनी गई विषय-वस्तुओं से संबंधित निम्न व्यावहारगत उद्देश्यों की पूर्ति की अपेक्षाएँ हैः

छात्र

- सामाजिक जीवन में समस्याओं को गणितीय भाषा में/सूत्र में निरूपित कर सकेंगे,
- संगत तथा असंगत समीकरणों का अंतर शब्दों में और आलेख द्वारा व्यक्त कर सकेंगे,
- आँकड़ों का संकलन एवं विश्लेषण के आधार पर नए अनुमान निकाल सकेंगे,
- उनमें मापन की कुशलता आयेगी तथा वे विभिन्न आकृतियों का क्षेत्रफल एवं आयतन से संबंधित समस्या का निदान ढूँढ पाएँगे.
- छात्र अपने व्यवसाय तथा व्यापार से संबंधित समस्याओं का हल करने में सक्षम होंगे,
- ऊँचाई और दूरी से संबंधित प्रश्नों का हल निकाल सकेंगे,
- युक्लिड ज्यामिति का प्रयोग जानेंगे तथा इस आधार पर विभिन्न व्यावहारिक समस्याओं का समाधान करेंगे और
- नियामक ज्यामिति के अंगर्तत किसी पिण्ड की स्थिति का गणितीय निरूपण कर पाएँगे।

3. शिक्षण विधि—विभिन्न शिक्षण कौशलों जैसे—उद्दीपन कौशल, प्रश्न पूछने का कौशल, श्याम पट कौशल, प्रस्तावना कौशल, उत्प्रेरण कौशल इत्यादि का उपयोग करते हुए शिक्षक छात्रों के साथ चर्चा एवं व्याख्या करते हुए सहभागिता के द्वारा व्यावहारगत उद्देश्य की प्राप्ति के लिए प्रयास करेंगे। इस क्रम में विभिन्न सहायक सामग्री का उपयोग किया जाएगा तथा स्थानीय स्तर पर सामग्री का उपयोग किया जाएगा तथा स्थानीय स्तर पर सामग्रियों का निर्माण किया जाएगा। शिक्षक विषयवस्तु के आधार पर सहगामी क्रियाओं एवं प्रोजेक्ट कार्यों में छात्रों की मदद करेंगे।

4. शिक्षण सामग्री—पाठ्यपुस्तक, शिक्षक संदर्शिका, चार्ट, मॉडल, फिल्म सॉफ्टवेयर इत्यादि।

5. पाठ्यक्रम संरचना एवं परीक्षा का ढ़ाँचा

वर्ग IX

इकाई की क्रम संख्या	उपविषय	मुख्य बिन्दु	बिन्दुवार निर्धारित अंक
I	संख्या पद्धति	वास्तविक संख्या	10
II	बीजगणित	बहुपद दो चर वाले रैखिक समीकरण	20
III	व्यावसायिक गणित	शेयर एवं लाभांश, बट्टा, चक्रवृद्धि ब्याज, किस्तों में भुगतान	15
IV	नियामक ज्यामिति	नियामक ज्यामिति	10
V	ज्यामिति	यूक्लिड की ज्यामिति रेखाएँ एवं कोण त्रिभुज चतुर्भुज क्षेत्रफल वृत्त बनावट	25
VI	क्षेत्रमिति	क्षेत्रफल पृष्ठ क्षेत्रफल	10
VII	सांख्यिकी	सांख्यिकी सहायक पाठ	10

पाठ्यक्रम

इकाई—I संख्या पद्धति

1. वास्तविक संख्याएँ (18 घंटियाँ)

- संख्या रेखा पर प्राकृतिक संख्याओं, पूर्णांकों एवं परिमेय संख्याओं के निरूपण का पुनरावलोकन। निरन्तर आवर्धन (Successive Magnification) विधि द्वारा सांत एवं असांत आवर्त्ती दशमलवों का संख्या रेखा पर निरूपण। असांत अनावर्ती दशमलवों के उदाहरण जैसे $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, इत्यादि। अपरिमेय संख्याओं का अस्तित्व जैसे $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ एवं उनका निरूपण। [प्रत्येक वास्तविक संख्या का संख्या रेखा के एक और केवल एक बिन्दु द्वारा निरूपण एवं संख्या रेखा के प्रत्येक बिन्दु का एक और केवल एक वास्तविक संख्या होने की सांकेतिक पहचान] किसी धनात्मक वास्तविक संख्या x का वर्गमूल $\sqrt{x}$ का अस्तित्व (दृश्य प्रमाणों पर बल)। करणी एवं करणी के नियमों का आरम्भिक ज्ञान। किसी वास्तविक संख्या के nवें मूल की परिभाषा। पूर्णघात वाले घातांकों के नियमों का पुनरावलोकन। धनात्मक वास्तविक आधारवाले परिमेय घातांक। $\frac{1}{a+b\sqrt{x}}$ & $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ (पूर्णांक a, b एवं प्राकृतिक संख्या x, y) के प्रकार की वास्तविक संख्याओं का परिमेयीकरण।

इकाई—II बीजगणित

1. बहुपद (20 घंटियाँ)

- एक चरवाले बहुपदों की परिभाषा, उनके गुणांक, पद एवं शून्य बहुपदों का ज्ञान। बहुपद की श्रेणी, स्थिर, रैखिक एवं द्विघात, त्रिघात बहुपद। एकपद, द्विपद, त्रिपद। विभाजक एवं गुणज। बहुपद/ समीकरण के शून्य/मूल। शेष प्रमेय एवं गुणनखण्ड प्रमेय का कथन एवं प्रमाण। ax^2+bx+c का गुणनखण्ड जहाँ $a \neq 0$ एवं a, b, c वास्तविक संख्याएँ है। त्रिघात बहुपदों का गुणनखण्ड (विभाजक प्रमेय प्रयोग करते हुए)।

- बीजगणितीय व्यंजक एवं तादात्म्यों का पुनरावलोकन। प्रमुख तादात्म्यों का ज्ञान जैसे :
  1. $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$,
  2. $(x \pm y)^3 = x^3 \pm y^3 \pm 3xy(x \pm y)$
  3. $x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)$

  एवं उनके प्रयोग से बहुपदों का गुणनखण्ड निकालना। साधारण व्यंजक जिन्हें इन तादात्म्यों के रूप में व्यक्त किया जा सके।

2. दो चर वाले रैखिक समीकरण (10 घंटियाँ)

- एक चरवाले रैखिक समीकरणों का पुनरावलोकन। दो चरवाले रैखिक समीकरणों का परिचय। प्रमाणित करना कि दो चरवाले समीकरणों के अंकगणितीय हल होते है एवं उन्हें वास्तविक संख्याओं के क्रमिक युग्म के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, उन्हें अंकित किया जा सकता है जो एक सीधी रेखा पर पड़ते हैं। व्यावहारिक समस्याएँ (अनुपात एवं समानुपात सहित) एवं उनका बीजगणितीय एवं आलेखीय हल। बहुपदों का लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक (बीजगणितीय अनुप्रयोगों सहित)।

इकाई—III व्यावसायिक गणित (10 घंटियाँ)

- बट्टा, शेयर एवं लाभांश, चक्रवृद्धि ब्याज और किस्तों में भुगतान।

इकाई—IV नियामक ज्यामिति

1. नियामक ज्यामिति (5 घंटियाँ)

- कार्तिय समतल, एक बिन्दु के नियामक, नियामक समतल से जुड़े शब्दों एवं पदों की जानकारी, प्रत्युक्त चिह्न, समतल पर बिन्दुओं का अंकन, उदाहरण-स्वरूप रैखिक समीकरणों के आलेख, $\frac{x}{A}+\frac{y}{B}=1$ जैसे रैखिक समीकरण।

इकाई—V ज्यामिति

1. यूक्लिड की ज्यामिति की भूमिका : (6 घंटियाँ)

- इतिहास : यूक्लिड एवं भारत में ज्यामिति, यूक्लिड की विधि यथा अवलोकित घटनाओं का गणितीय प्रकटीकरण एवं उनकी परिभाषाएँ—सामान्य/स्पष्ट चिह्न। स्वयं सिद्ध/उपपत्तियाँ एवं प्रमेय। प्रमेय एवं स्वयंसिद्धों के आपसी संबंधों की मौलिक जानकारी।

2. रेखाएँ एवं कोण (12 घंटियाँ)

(i) (उत्प्रेरण) : किसी रेखा पर पड़नेवाली किरण से बनने वाले आसन्न कोणों का योगफल 180° होता है एवं इसका विलोम।
(ii) (सिद्ध करना) : यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को काटती है तो सम्मुख कोण बराबर होते है।
(iii) (उत्प्रेरण) : दो समानान्तर रेखाओं को एक तिर्यक-रेखा के काटने पर बननेवाले एकान्तर कोण, आसन्न कोण, संगत कोण, अन्तःकोणों पर आधारित परिणाम।
(iv) (उत्प्रेरण) : एक रेखा के समानान्तर सारी रेखाएँ आपस में समानान्तर होती है।
(v) (सिद्ध करना) : किसी त्रिभुज के सभी कोणों का योगफल 180° होता है।
(vi) (सिद्ध करना) : किसी त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाने पर बननेवाला बहिर्कोण दोनों अन्तःकोणों के योग के बराबर होता है।

3. त्रिभुज (18 घंटियाँ)

(i) (उत्प्रेरण) : (भुजा-कोण-भुजा) सर्वांगसमता
(ii) (सिद्ध करना) : कोण-भुजा-कोण सर्वांगसमता
(iii) (सिद्ध करना) : भुजा-भुजा-भुजा पर सर्वांगसमता
(iv) (सिद्ध करना) : समकोण त्रिभुज पर सर्वांगसमता
(v) (सिद्ध करना) : किसी त्रिभुज के समान भुजाओं के आसन्न कोण बराबर होते है।
(vi) (सिद्ध करना) : किसी त्रिभुज में समान कोणों की सामनेवाली भुजाएँ आपस में बराबर होती है।
(vii) (सिद्ध करना) : किसी त्रिभुज में सबसे बड़ी भुजा के सामने का कोण सबसे बड़ा होता है एवं छोटी भुजा के सामने का कोण सबसे छोटा होता है।
(viii) (सिद्ध करना) : किसी त्रिभुज में दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

4. चतुर्भुज (10 घंटियाँ)

1. (सिद्ध करना) : किसी समानान्तर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटता है।
2. (सिद्ध करना) : किसी चतुर्भुज में
   (i) सम्मुख भुजाएँ बराबर होती है एवं इसका विलोम
   (ii) सम्मुख कोण बराबर होते है एवं इसका विलोम

(iii) दोनों विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं

(iv) कोई चतुर्भुज एक समानान्तर चतुर्भुज होता है यदि और केवल यदि भुजाओं के दोनों युग्म समानान्तर एवं बराबर होते हैं।

(v) किसी त्रिभुज में दो भुजाओं के मध्य-बिन्दुओं को जोड़नेवाली रेखाखण्ड तीसरे भुजा के समानान्तर होती है एवं विलोम

5. क्षेत्रफल (4 घंटियाँ)

1. क्षेत्रफल के ज्ञान का पुनरावलोकन
आयत का क्षेत्रफल

(a) (सिद्ध करना) : एक ही आधार एवं दो समानान्तर रेखाओं के बीच बने दो समानान्तर चतुर्भुजों का क्षेत्रफल समान होता है।

(b) (सिद्ध करना) : एक ही आधार एवं दो समानान्तर रेखाओं के बीच बने दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर होता है।

6. वृत्त (15 घंटियाँ)

- उदाहरणों द्वारा किसी वृत्त की त्रिज्या, परिधि, व्यास, जीवा, चाप, वृत्तखण्ड, केन्द्र पर बनी कोणों की परिभाषाएँ स्पष्ट करना।

(i) (सिद्ध करना) : किसी वृत्त में दो समान जीवाओं से बने केन्द्र पर के कोण बराबर होते है।

(ii) (सिद्ध करना) : किसी वृत्त के केन्द्र से किसी जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है एवं विलोम।
किसी वृत्त के केन्द्र से गुजरनेवाली रेखा, जो किसी जीवा को समद्विभाजित करती है, जीवा पर लम्ब होती है।

(iii) (सिद्ध करना) : किन्हीं तीन असंरेख बिन्दुओं से होकर एक और केवल एक वृत्त खींचा जा सकता है।

(iv) (सिद्ध करना) : किसी वृत्त (अथवा सर्वागसम वृत्त) की समान जीवाएँ केन्द्र से समदूरस्थ पर होती है एवं विलोम।

(v) (सिद्ध करना) : एक वृत्त में किसी चाप से बने केन्द्र पर का कोण उसी चाप से बने केन्द्र पर के कोण का दुगुना होता है।

(vi) (सिद्ध करना) : वृत्त के एक ही खण्ड में बने कोण समान होते हैं।

(vii) (सिद्ध करना) : यदि दो बिन्दुओं को जोड़नेवाला रेखाखण्ड एक ही तरफ के दो अन्य बिन्दुओं पर समान कोण बनाता हो तो चारों बिन्दु एक ही वृत्त पर आधारित होते है।

(viii) (सिद्ध करना) : चक्रीय चतुर्भुज में आमने-सामने के काणो का योग 180° होता है।

7. बनावट (10 घंटियाँ)

1. किसी रेखाखण्ड के समद्विभाजकों की बनावट, 60°, 90°, 45° के कोणों की बनावट, समबाहु त्रिभुज की बनावट।
2. एक ऐसे त्रिभुज की बनावट जिसका आधार, दो अन्य भुजाओं का योग/अन्तर एवं एक आधार कोण दिया गया हो।
3. एक ऐसे त्रिभुज की बनावट जिसकी परिमिति एवं दोनों आधार कोण दिए गए हो।

इकाई—VI क्षेत्रमिति (14 घंटियाँ)

1. क्षेत्रफल (4 घंटियाँ)

- हेरॉन फर्मूला की सहायता से किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालना (बिना प्रमाण) एवं इसकी सहायता से किसी चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकालना।
- किसी त्रिभुज के क्षेत्रफल की गणना के विभिन्न सूत्र (बिना प्रमाण हेरॉन सूत्र सहित)
- किसी चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकालना।

2. पृष्ठ क्षेत्रफल एवं मान (10 घंटियाँ)

- घन, घनाभ, गोला, अर्धगोला, समकोणीय बेलन, समकोणीय शंकु का पृष्ठ क्षेत्रफल एवं आयतन।

इकाई—VII सांख्यिकी

सांख्यिकी (8 घंटियाँ)

- सांख्यिकी की भूमिका, आँकड़ों का संग्रह एवं प्रस्तुतीकरण (तालिकारूपी वर्गीकृत/अवर्गीकृत), दण्डालेख (Bar graph), हिस्टोग्राम (आधार की विभिन्न लम्बाइयाँ लेकर), बारम्बारता बहुभुज, आँकड़ों का गुणात्मक विवरण, संग्रहित आँकड़ों के लिए प्रस्तुतीकरण की सही विधि को चुनना, माध्य, माध्यिका एवं बहुलक (अवर्गीकृत आँकड़ों के लिए)।

इकाई (सहायक)—VIII

(क) गणितीय प्रमाण (8 घंटियाँ)

कथन क्या है? वैध गणितीय कथन; स्वयंसिद्ध/प्रमेय (axiom/postulate)—परिचित उदाहरणों के माध्यम से इनकी व्याख्या; स्वयंसिद्ध, कान्जेक्चर एवं प्रमेय में अन्तर। 'प्रमाण' की अवधारणा, समझ एवं इसकी प्रकृति यथा— प्रमाणों की निगमन (Deductive) प्रकृति, उनकी मान्यताएँ, परिकल्पनाएँ (Hypothesis) एवं तार्किक व्याख्याएँ (logical arguments), तथा प्रमाण-लेखन। अंकगणित, बीजगणित एवं ज्यामिति के विभिन्न परिणामों का उपयोग करते हुए प्रमाणों की निगमन प्रकृति का चित्रण, प्रमाण एवं सत्यापन में अन्तर। सत्यापनों के कुछ उदाहरण जो गलत निष्कर्षों तक पहुँचाते हैं। किसी कथन को गलत प्रमाणित करने का अर्थ एवं प्रति-उदाहरण (counter-example)।

(ख) गणितीय मॉडल से परिचय (7 घंटियाँ)

गणितीय मॉडल (Model) की अवधारणा। पूर्व कक्षाओं में हल की गई समस्याओं की समीक्षा एवं मॉडल बनाने में उनका उपयोग। गणितीय मॉडलिंग (Modelling) के उद्देश्य एवं विस्तृत स्तरों पर इनकी चर्चा, यथा—वास्तविक जीवन की परिस्थितियाँ, परिकल्पनाओं का समावेश, उपयुक्त मॉडल का निर्धारण, समकक्ष गणितीय समस्याओं का हल निकालना, निष्कर्षों का विश्लेषण एवं वास्तविक-जीवन में उनकी विवेचना एवं मॉडलों की वैधता। अनुपात, समानुपात एवं प्रतिशत से समुचित उदाहरण प्रस्तुत किए जाएँ।

(ग) गणितज्ञों की जीवनी

पाइथागोरस एवं आर्कमिडीज की संक्षिप्त जीवनी एवं कुछ महत्वपूर्ण योगदान।

कक्षा X

इकाई की क्रम संख्या	उपविषय	मुख्य बिन्दु	बिन्दुवार निर्धारित अंक
I	संख्या पद्धति	वास्तविक संख्या	10
II	बीजगणित	बहुपद दो चर में रैखिक युगपद समीकरण द्विघात समीकरण अंकगणित आवृत्ति	20
III	त्रिकोणमिति	त्रिकोणमितीय अनुपाद त्रिकोणमितीय तादात्म्य ऊँचाई और दूरी	20
IV	नियामक ज्यामिति	नियामक ज्यामिति	10
V	ज्यामिति	त्रिभुज वृत्त बनावट	20
VI	क्षेत्रमिति	समतल क्षेत्र का क्षेत्रफल पृष्ठों का क्षेत्रफल एवं आयतन	10
VII	सांख्यिकी एवं प्राथमिकता	सांख्यिकी प्राथमिकता सहायक पाठ	10

इकाई–I संख्या पद्धति

1. वास्तविक संख्या [12 घंटियाँ]

$\sqrt{2}, \sqrt{3}$ एवं $\sqrt{5}$ वास्तविक संख्या, परिमेय संख्याओं का सांत एवं असांत आवर्त्ती दशमलव निरूपण, वास्तविक संख्या का निरपेक्ष मान युक्लिड की विभाजन उपपत्ति (युक्लिड डिविजन लेमा) अंकगणित का मूलभूत सिद्धांत

इकाई–II बीजगणित

1. बहुपद (6 घंटियाँ)

बहुपद के शून्यक, बहुपद के शून्यक एवं गुणांकों में संबंध, (द्विघात बहुपद के विशेष संदर्भ में) विभाजन पद्धति (Division algorithm) की ऐसी समस्याएँ जिनके सभी गुणांक वास्तविक हों।

2. दो चर में रैखिक युगपद समीकरण (12 घंटियाँ)

दो चर वाले रैखिक युगपद समीकरण का परिचय, हल और उनका ज्यामितीय निरूपण। विरोधी एवं अविरोधी समीकरणो का निकाय। सह समीकरणों के हल की बीजीय विधि/युगपद समीकरणों को हल करने की चार बीजीय विधियाँ—(1) तुलनात्मक विधि (2) प्रतिस्थापन विधि (3) लुप्तीकरण विधि (4) वज्रगुणन विधि/युगपत् रैखिक समीकरणों के हल की तीन शर्तें—(1) अद्वितीय हल (2) अनगिनत हल (3) कोई हल नहीं।

3. द्विघात समीकरण (12 घंटियाँ)

द्विघात समीकरण का मानक रूप $ax^2+bx+c=0; a \neq 0;$ द्विघात समीकरण को हल करने की विधियाँ—(i) गुणनखंड निकाल कर (ii) वर्ग पूरा करके (iii) सूत्र के प्रयोग से/विवेचक एवं मूलों का संबंध, इन सूत्रों का प्रयोग करते हुए दैनिक समस्याओं का समाधान

4. समान्तर श्रेढ़ी (Arithmetic Progression) (8 घंटियाँ)

परिभाषा एवं nवाँ पद तथा प्रथम पद से nवाँ पद का योग ज्ञात करने के लिए मानक सूत्र

इकाई–III त्रिकोणमिति

1. त्रिकोणमितीय अनुपात (10 घंटियाँ)

समकोणीय त्रिभुज के न्यूनकोणों का त्रिकोणमितीय मान/उनके आस्तित्व का प्रमाण एवं अनुपातों की समझ/0° और 90° का त्रिकोणमितीय मान/30°, 45° और 60° का त्रिकोणमितीय मान प्रमाण के साथ/त्रिकोणमित्तीय मान का आपसी संबंध।

2. त्रिकोणमितीय तादात्म्य (6 घंटियाँ)

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ का प्रमाण तथा प्रयोग। कोटीपूरक कोणो की त्रिकोणमितीय निष्पत्तियाँ।

3. ऊँचाई और दूरी (8 घंटियाँ)

ऊँचाई और दूरी से संबंधित व्यावहारिक समस्याएँ। उन्नयन एवं अवनमन कोण (सिर्फ 30°, 45° और 60°) पर आधारित साधारण समस्याएँ

इकाई–IV नियामक ज्यामिति

नियामक ज्यामिति (12 घंटियाँ)

नियामक ज्यामिति का द्विविमीय परिचय,रैखिक समीकरण का आलेख, द्विघात बहुपद का ज्यामितीय निरूपण। दो बिन्दुओं के बीच की दूरी तथा सेक्सन सूत्र (आन्तरिक), त्रिभुज का क्षेत्रफल।

इकाई–V ज्यामिति

1. त्रिभुज (15 घंटियाँ)

1. (सिद्ध करना) : त्रिभुज की किसी भुजा के समानांतर यदि कोई सरल रेखा खींची जाए तो वह अन्य दो भुजाओं को समानुपाती खंडों में विभाजित करती है।
2. (सिद्ध करना) : यदि कोई सरल रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है तो वह रेखा तीसरी भुजा के समानांतर होगी।
3. (सिद्ध करना) : यदि एक त्रिभुज के दो कोण दूसरे त्रिभुज के दो कोणो के क्रमशः बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज समरूप होंगे एवं भुजाएँ समानुपाती होंगी।
4. (सिद्ध करना) : यदि दो त्रिभुजों की भुजाएँ क्रमानुसार समानुपाती हो तो त्रिभुज के तदनुरूपी कोण बराबर होते हैं अर्थात् वे त्रिभुज समरूप होंगे।
5. (सिद्ध करना) : यदि दो त्रिभुजों में एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो और बराबर कोणों की तदनुरूपी भुजाएँ समानुपाती हो तो वे त्रिभुज समरूप होंगे।
6. (सिद्ध करना) : किसी समकोण त्रिभुज में यदि समकोण से कर्ण पर लंब खींचा जाये तो उसके दोनों ओर के त्रिभुज पूरे त्रिभुज के साथ समरूप होंगे और आपस में भी समरूप होंगे।
7. (सिद्ध करना) : समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफल संगत भुजाओं के वर्ग के समानुपाती होते है।
8. (सिद्ध करना) : पाइथोगोरस का साध्य एक समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
9. (सिद्ध करना) : अगर किसी त्रिभुज की एक भुजा पर का वर्ग शेष दो भुजाओं पर के वर्गो के योग के बराबर हो, तो उन दोनों भुजाओं से बना हुआ कोण समकोण होगा।

2. वृत (8 घंटियाँ)

1. (सिद्ध करना) : वृत की स्पर्श रेखा स्पर्श-बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।
2. (सिद्ध करना) : किसी बाह्य बिन्दु से वृत पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।
3. (सिद्ध करना) : यदि दो वृत एक दूसरे को स्पर्श करें तो उनके दोनों केन्द्र एवं स्पर्श बिन्दु एक ही रेखा पर रहते हैं।
4. (सिद्ध करना) : कोई सीधी रेखा वृत को स्पर्श करती है तो स्पर्शज्या और मिलन बिन्दु से होकर जाने वाले चाप द्वारा बना कोण वैकल्पिक खण्ड में बने हुए कोण के बराबर होता है।

3. बनावट (7 घंटियाँ)

1. दिए गए अनुपात में किसी सरल रेखा का विभाजन
2. किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा खींचना
3. दिए गए नाप के समरूप त्रिभुज खींचना।

इकाई–VI क्षेत्रमिति

1. समतल क्षेत्र का क्षेत्रफल (15 घंटियाँ)

वृत्त का क्षेत्रफल, त्रिज्या खण्ड एवं वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल एवं उसकी परिधि से संबंधित व्यावहारिक प्रश्न (केवल 60°, 90° एवं 120° के वृत्तीय कोणों पर आधारित), त्रिभुज, वृत्त एवं चतुर्भुजों के आपसी संबंध पर आधारित प्रश्न

2. पृष्ठों का क्षेत्रफल एवं आयतन (12 घंटियाँ)

(i) घन, घनाभ, गोला, अर्द्धगोला, बेलन, शंकु, इत्यादि के संयोग से बनी विभिन्न आकृतियों का पृष्ठ क्षेत्रफल एवं आयतन।
(ii) विभिन्न आकृतियों का आपसी रूपान्तरण एवं उनके आयतन और पृष्ठ क्षेत्रफल पर आधारित मिश्रित प्रश्न।

इकाई–VII सांख्यिकी एवं प्रायिकता (Statistics and Probability)

1. सांख्यिकी (8 घंटियाँ)

संग्रहित आँकड़ो का मध्य, माध्यिका और बहुलक/संचयी बारंबारता आलेख/(द्विबहुलकों को छोड़कर)

2. प्रायिकता (5 घंटियाँ)

प्रायकता की परिभाषा, एकल घटना पर आधारित साधारण समस्या (समुच्चय प्रतीकों का प्रयोग नहीं)।

इकाई (सहायक)–VIII

(क) गणितीय प्रमाण (8 घंटियाँ)

कथन, प्रमाण एवं तार्किक चर्चा (logical arguments) की अवधारणा। अंकगणित, बीजगणित एवं ज्यामिति से प्राप्त सरल परिणामों का उपयोग करते हुए 'निगमन प्रमाण' एवं पूर्ण व्याख्याओं सहित चित्रण। दिए गए तथ्यों का प्रयोग करते हुए निष्कर्ष तक पहुँचना। विलोम कथन, नकारात्मक कथन एवं परिणामों/कथनों का नकारात्मक स्वरूप।

(ख) गणितीय मॉडल (7 घंटियाँ)

सरल उदाहरणों का उपयोग करते हुए एवं अवरोधों (constraints) सहित/रहित उनका मॉडल बनाना। मॉडल द्वारा औसत, किस्तों में भुगतान (साधारण ब्याज युक्त) एवं आगे का मूल्य (अंकगणितीय श्रेढ़ी AP में)।

(ग) गणितज्ञों की जीवनी

वराहमिहिर एवं रामानुजम की संक्षिप्त जीवनी एवं कुछ महत्वपूर्ण योगदान।

(नोट : इस इकाई से तत्काल माध्यमिक वार्षिक परीक्षा में प्रश्न सम्मिलित नहीं किए जाएँगे, परंतु भविष्य में इस खंड को परीक्षा में सम्मिलित किया जा सकता है।)

6. अपेक्षित अधिगम

- संख्या रेखा पर प्राकृतिक संख का निरूपण कर सकेंगे।
- सांत एवं असांत आवर्ती दशमलव संख्या को जान सकेंगे।
- वास्तविक संख्या को जान सकेंगे।
- बहुपद के शून्य एवं गुणांकों के विषय में जान सकेंगे।
- बीजगणितीय व्यंजक एवं तादात्म्यों की जानकारी प्राप्त करेंगे एवं दैनिक समस्याओं का हल निकाल सकेंगे।
- एक चरवाले एवं दो चरवाले समीकरण के हल के विषय में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
- बट्टा, शेयर एवं लाभांश जैसे दैनिक उपयोग में गणित का प्रयोग कर सकेंगे।
- नियामक ज्यामिति एवं समतल ज्यामिति का विभेद समझ सकेंगे।
- भारत में ज्यामिति के प्रयोग एवं विस्तार को जान सकेंगे।
- दो या दो से अधिक रेखाखण्ड के विभिन्न प्रकार के आपसी संबंध को जान सकेंगे।
- त्रिभुजाकार आकृति, घन, घनाभ, गोला, अर्धगोला, समकोणीय बेलन, समकोणीय शंकु के पृष्ठों का क्षेत्रफल, आयतन एवं उनके आपसी संयोग से बने क्षेत्रों की गणना कर सकेंगे।
- प्राप्त आँकड़े के औसत, माध्य, माध्यिका का गणना करते हुए उसका विश्लेषण करेंगे जिसकी सहायता से चुनाव, फसल की पैदावार इत्यादि आँकड़ों का विश्लेषण संभव हो सकेगा।
- पासा या सिक्का फेंकने पर होने वाली सम्भावना की गणना कर सकेंगे।

7. शिक्षक-दक्षता

- पढ़ाये जाने वाले विषय की इकाईवार योजना बनाएँगे, सहायक सामग्री का समुचित संग्रह करेंगे तथा उनका कुशलता पूर्वक प्रयोग करेंगे।
- विषय से संबंधित विद्यार्थियों के अनुभव को जानने के पश्चात् उन्हें नए ज्ञान का महत्व समझाएँगे।
- नए ज्ञान की प्रस्तुति इस प्रकार की जाएगी जिससे विद्यार्थी अपने क्रियाकलापों में उस ज्ञान का प्रयोग करने के लिए प्रेरित हों।

- दलगत भावना एवं लिंग भेद से ऊपर उठते हुए समाज के विभिन्न मुद्दों से संबंधित अधिकाधिक उदाहरण प्रस्तुत करेंगे जिनमें गणित का प्रयोग होता है।
- कृषि, वर्षा, जनसंख्या, शिक्षा प्रचार, यातायात, सुरक्षा आदि क्षेत्रों में गणित के प्रभावशाली प्रयोग की चर्चा करेंगे।
- गणित का अन्य विषयों के साथ संबंध बतलाएँगे तथा गणित के विभिन्न उपविषयों के आपसी संबंध पर प्रकाश डालेंगे।
- अवलोकन शक्ति के विकास के लिए कक्षा में गणित की सहायक सामग्री/मॉडल इत्यादि का अधिकाधिक प्रयोग करेंगे।
- गणितीय भाषा एवं उनके सटीक प्रयोग पर बल डाला जाएगा।
- विचार में तार्किक क्रमबद्धता एवं विश्लेषण करने की क्षमता के विकास को प्राथमिकता दी जाएगी।
- तथ्यों के ज्ञान, समझ, विश्लेषण के साथ-साथ उनका नई परिस्थिति में कुशलतापूर्वक प्रयोग करने के लिए छात्रों को प्रोत्साहित करेंगे।
- विषय वस्तु का ज्ञान स्पष्ट कराने के लिए गणित शिक्षक पाठ के सभी प्रश्नों का हल अनिवार्य रूप से करवाएँगे।
- गणित विषय में क्विज प्रतियोगिता का आयोजन करेंगे जिसमें गणितज्ञों की जीवनी, खोज एवं गणित के विभिन्न प्रयोगों से संबंधित प्रश्न रहेंगे।
- बच्चे सामान्यतः किन-किन बिन्दुओं पर किस प्रकार की गलतियाँ करते है, इसकी चर्चा प्रत्येक पाठ के साथ की जाएगी जिससे गलतियों की पुनरावृत्ति से बचा जा सके।
- अभ्यास के महत्त्व को देखते हुए शिक्षक अधिकाधिक पाठ्यसामग्रियों एवं पुस्तकों का सहारा लेंगे।
- पढ़ाये गए पाठ की नियमित पुनरावृत्ति करेंगे।
- छात्रों की वैयक्तिक भिन्नता एवं कुशलता के आधार पर गणितीय क्रियाकलापों एवं प्रश्नों का चयन किया जाएगा।

- छात्रों द्वारा पूछे गए प्रश्नों का संकलन किया जाएगा जिनसे आगे की प्रस्तुति को सही दिशा दी जा सके।
- समुचित दक्षता की प्राप्ति हेतु निदानात्मक शिक्षण को व्यवहार में लाएँगे।
- सतत मूल्यांकन के लिए गणित शिक्षक छात्र के चिंतन एवं संश्लेषण-विश्लेषण सहित गृह कार्य, प्रोजेक्ट कार्य का सम्यक् अवलोकन करेंगे।
- एकाधिक विधियों से समस्याओं का हल निकालने पर छात्रों को वे प्रोत्साहित करते हुए उनका सही मूल्यांकन करेंगे।
- छात्रों के उपलब्धि-प्राप्तांकों का सांख्यिकी विश्लेषण तैयार करेंगे।
- असफल छात्रों की असफलता का कारण अंकित करेंगे एवं उनमें सुधार लाने के लिए समुचित योजना बनाते हुए उन्हें प्रयोग में लाएँगे।
- गणित कक्ष/प्रयोगशाला का रखरखाव स्वयं करेंगे एवं छात्रों से करवाएँगे।

8. पाठ्य-सामग्री का स्वरूप

इसमें कोई अतिशयोक्ति नहीं है कि पाठ्य-पुस्तक पाठ्यचर्या का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। पाठ्य-पुस्तक पाठ्यचर्चा-विकास की मुख्य कार्यस्थली के रूप में जानी रही है। अतः सीखने-सिखाने तथा जीवन-निर्माण की प्रक्रिया में पाठ्य-पुस्तकों से महत्वपूर्ण अपेक्षाएँ स्वाभाविक हैं।

- पाठ्य-पुस्तकें स्थानीय परिवेश समाहित एवं पूर्व ज्ञान पर आधारित हों, उनमें यथासंभव ऐसे उदाहरण अथवा अभ्यास के प्रश्न हों जो बच्चों के परिवेश से संबंध रखते हों।
- वे बच्चों की रुचि, स्तर तथा वय के अनुरुप हों।
- पाठ-सामग्री का आकार/आयनन पाठ्यक्रम में निर्धारित समयावधि/घंटियों के अनुरूप हों।
- पाठ के व्यवहारगत उद्देश्य अंकित हो।
- पाठ स्वाभाविक आनंद-प्राप्ति की प्रक्रिया में सहयोग देनेवाले हों, जैसे—खेल, आकर्षक चित्र, गतिविधि आदि।
- विषय वस्तु से सम्बन्धित कुछ गणितज्ञों का परिचय, संक्षिप्त जीवनी चित्र सहित समाहित किया जाए।
- पाठ गतिविधि आधारित हों।
- पाठ्य-पुस्तक बच्चों को केवल तथ्यात्मक जानकारी न देकर अंतःक्रिया के अवसर देनेवाली हो।
- हर पाठ के साथ पर्याप्त तथा सुस्पष्ट शिक्षक-निर्देश हों
- एक उदाहरण से संबंधित अनेक अभ्यास हों, जिनसे बच्चों को बार-बार अभ्यास का अवसर मिले।
- पाठ्य-पुस्तक में सरल एवं सुगम शब्दों का प्रयोग अपेक्षित है।
- विषय वस्तु एवं प्रश्न विभिन्न विषयों के साथ गणित के पारस्परिक संबंध को स्पष्ट करें।
- मुद्रण सुस्पष्ट आकर्षक एवं कक्षानुसार आकार के हों
- लैंगिक समानता को बढ़ावा देने वाले चित्र एवं पाठ हों
- शिक्षण-अधिगम-सामग्री निर्माण एवं प्रयोग हेतु स्पष्ट निर्देश हों
- शिक्षकों को नवाचार हेतु छूट एवं एतदर्थ प्रोत्साहन हो
- पाठों के स्वरूप-निर्माण में वैज्ञानिक दृष्टिकोण अपेक्षित हों
- विषय के साथ नैतिक मूल्यों का सही तालमेल हो
- भिन्न-भिन्न भाषाओं में पाठ्य-पुस्तक का निर्माण एवं समुचित वितरण हो
- पूरक-पाठय-पुस्तक का पर्याप्त मात्रा में निर्माण हो
- पुस्तकें ऐसी हों, जिनमें शिक्षक की भूमिका सिर्फ एक प्रेरक की तरह हो तथा बच्चों का कौशल-विकास स्वतः हो।
- विषय विशेष का शब्द-कोश तैयार हो, जिससे पुस्तक को परिभाषाओं और विभिन्न प्रकार की सूचनाओं के बोझ से बचाया जा सके तथा शिक्षक को विभिन्न प्रत्ययों (कंसेप्ट्स) की समझ पर बल देने का अधिकाधिक मौका मिल सकें।
- पुस्तकों में लिंग-भेद, विशेष आवश्यकतावाले बच्चों का समावेश तथा संवैधानिक मूल्य आदि चिंताओं पर ध्यान देने की आवश्यकता है।
- नयी तरह की पाठ्य-पुस्तकें बनाने के प्रयास में शिक्षकों की सहायक पुस्तिका की भी व्यवस्था हो।
- सामग्री ऐसी हो ताकि बच्चों को स्वयं एवं सहपाठियों के साथ काम करने के अवसर मिल सकें।
- पुस्तकों का परीक्षण (ट्रायल) ग्रामीण विद्यालयों में भी हो।
- पुस्तकों की समीक्षा विद्यालय/संकुल/प्रखण्ड संसाधन केन्द्र स्तर भी होनी चाहिए।
- बच्चों की रुचि बढ़ाने हेतु पाठ्य पुस्तको में विभिन्न गणितीय खेलों एवं रुचिकर हलों का समावेश हो।
- हर पाठ के अंत में पाठ से संबंधित संकेतों/कठिन शब्दों का एक शब्द-कोश हो। साथ ही पाठ का सारांश यथा—'याद रखने योग्य बाते' भी दिया जाय।

♣